Paolo Perfetti, Dipartimento di matematica, II Università degli Studi di Roma, facoltà di Ingegneria

Compito di Analisi III per Ingegneria Online (Gestionale e Informatica) 22–12–07

Soluzioni

• 1) Sia data la seguente funzione $f(x,y) = 4y^2 - 6yx^2 - 2yx^2 + 3x^4$. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

R1 La funzione ha un minimo ed una sella R2 La funzione non ha nessun punto stazionario (o critico) R3* La funzione ha una sella R4 La funzione ha un minimo ed un massimo R5 La funzione ha un minimo R6 La funzione ha un massimo ed una sella R7 nessuna delle altre

• 2) Sul retro del foglio si dia una stima del δ_ε che entra nella definizione di continuità nell'origine della precedente funzione ossia $\forall\ \varepsilon > 0\ \exists\ \delta_\varepsilon > 0 : |\underline{x}| < \delta_\varepsilon\ \Rightarrow\ |f(x,y)| < \varepsilon$

• 3) Sia data la funzione $f(x,y)$ che vale $\dfrac{\sin(xy)}{\sin(x^2+y^2)}$ se $x\cdot y \neq 0$ e vale 0 se $x\cdot y = 0$. Si consideri la funzione $g(x,y) = x - y + f(x,y)$. Allora l'equazione del piano tangente in $(0,0)$ è

R1 $z = 0$ R2 $z = x - y$ R3 $z = x + y$ R4 $z = -x - y$ R5 $z = -x + y$ R6 $z = -x$ R7* nessuna delle altre

• 4) Per ciascuna delle seguenti funzioni si dica se ammette limite $(x,y) \to (0,0)$ $f_1 = \dfrac{e^{-\frac{1}{x^2+y^2}}}{(x^2+y^2)^3}$, $f_2 = \dfrac{x + y + e^{-\frac{1}{x^2}} + e^{-\frac{1}{y^2}}}{|xy| + e^{-\frac{1}{x^2}} + e^{-\frac{1}{y^2}}}$, $f_3 = \dfrac{|x| + |y| + x^2y + xy^2}{\sqrt{|x|} + \sqrt{|y|} + |xy|}$

R1 f_3 si, f_2 si, f_1 si R2 f_3 si, f_2 no, f_1 no R3 f_3 si, f_2 si, f_1 no R4 f_3 no, f_2 no, f_1 no R5 f_3 no, f_2 no, f_1 si R6* f_3 si, f_2 no, f_1 si R7 nessuna delle altre

• 5) Sia data la funzione $f(x,y,z) = x^{(y^z)}$ Allora f_x, f_y, f_z, calcolate nel punto (e,e,e) valgono

R1 $(e^{e^e+e-1}, e^{e^e-e}, e^{e^e-e})$ R2 $(e+1, 0, 2e)$ R3* $(e^{e^e+e-1}, e^{e^e+e}, e^{e^e+e})$ R4 $(e^{e^e-e-1}, e^e+1, e^{e^e+e})$ R5 $(1,e,1)$ R6 $(e^{e^e+e-1}, e^{-e^e+e}, e^{e^e-e})$ R7 nessuna delle altre

• 6) Si calcoli il volume della regione definita dalle relazioni $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x + y + z^2 \leq 1$

R1 2/3 R2 2/5 R3 4/3 R4 2/15 R5* 4/15 R6 2 R7 nessuna delle altre

• 7) Sia S la superficie definita dalle relazioni $x^2 + y^2 = 1$, $0 \leq z \leq 2 + x + 2y$. Se ne calcoli l'area.

R1 π R2* 4π R3 2π R4 6π R5 $1 + \pi$ R6 8π R7 nessuna delle altre

• 8) Sia data la funzione $f(x,y,z) = (x^y)^z$ Allora f_x, f_y, f_z, calcolate nel punto (e,e,e) valgono

R1* $(e^{e^2+1}, e^{e^2+1}, e^{e^2+1})$ R2 (e,e,e) R3 $(e^{e^e+e-1}, e^{e^e+e}, e^{e^e+e})$ R4 $(e^{e^e-e-1}, e^{e^e-e-1}, e^{e^e-e-1})$ R5 (e^e, e, e^{e-1}) R6 $(e^{e^e+e-1}, e^{-e^e+e}, e^{e^e-e})$ R7 nessuna delle altre

• 9) Si calcoli il volume dell'insieme dei punti che appartengono al grafico della funzione $z = |x| + |y|$ e la cui proiezione sul piano (x,y) soddisfa la relazione $x^2 + y^2 \leq x - y$.

R1 8 R2 1 R3 4 R4 2 R5 12 R6 14 R7* nessuna delle altre

• 10) Si consideri sul piano di equazione $x + y + z = 0$ quella curva, detta γ, la cui proiezione sul piano (x,y) ha come supporto il sostegno dato dall'equazione $x^2 + y^2 = x - y$. La curva è percorsa in modo tale che sul piano (x,y) il supporto è percorso in senso antiorario. Si calcoli $\oint_\gamma \omega$ dove $\omega = z\,dx + x\,dy + (y - x)\,dz$

R1 π R2 $\pi/2$ R3* 2π R4 1 R5 1/2 R6 0 R7 nessuna delle altre

 esclusivamente per uso personale, è vietata ogni forma di commercializzazione

- 11) Sul retro del foglio si scriva come si è giunti al risultato precedente

3/gennaio/2008; esclusivamente per uso personale, è vietata ogni forma di commercializzazione